KOMBINACIJE ILI NEUREĐENI IZBORI BEZ PONAVLJANJA ELEMENATA

- Neka je dat skup $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$

- ***Kombijacija klase k od n elemenata*** je bilo koja neuređena k-torka različitih elemenata skupa A .
- Broj kombinacija iznosi $$C_k^n=\frac{V_k^n}{k!}=\binom{n}{k}=\frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}$$

- Izraz $\binom{n}{k}$ čita se ***n nad k*** i to je broj svih poskupova datog skupa A koji imaju k elemenata.
- **Primjer:**

  Dat je skup $A=\{a_1,a_2,a_3\}$. Koliko ima kombinacija druge klase elemenata ovoga skupa i kako glase?
- Ima ih $$C_2^3=\binom{3}{2}=\frac{3\cdot 2}{2!}=3$$

- To su: $a_1a_2 \quad a_1a_3 \quad a_2a_3$

Napomena:

•Osnovna razlika između permutacija,varijacija i kombinacija je u tome što kod permutacija koristimo i raspoređujemo sve elemente zadatog skupa,dok kod varijacija i kombinacija koristimo podskupove zadatog skupa.

•Sa druge strane,razlika između varijacija i kombinacija je u tome što je kod varijacija je bitno mesto elementa u rasporedu,a kod kombinacija nije.

- **Primjer:**

  Koliko ima dvocifrenih brojeva koji se mogu napisati sa ciframa *1, 2, 3* ?

  Kako je u broju bitan raspored cifara, ovo su varijacije

  Ima ih

$$V_2^3 = 3 \cdot 2 = 6$$

- **Primjer:**

  Koliko ima pravih koji se mogu povući kroz nekolinearne tačke A, B, C?

  Kako je sada nije bitan raspored tačaka na pravoj, ovo su kombinacije.

  Ima ih

$$C_2^3 = \binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2!} = \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 3$$

  To su prave AB, BC i AC.

KOMBINACIJESA PONAVLJANJEM

- Neka je dat skup $A=\{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$

- ***Kombijacija k klase od*** n ***elementata sa ponavljanjem*** je

$$\overline{C}_k^n = \binom{n+k-1}{k}$$

- **Primjer:**

  Na koliko načina se 12 istih loptica može rasporediti u 6 različitih kutija.

  Ima ih

$$\overline{C}_6^{12} = \binom{6+12-1}{12} = 6188$$

BINOMNA FORMULA

Nama su poznati neki od obrazaca

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

- Binomni koeficijenti čine takozvani Paskalov trougao:

$$\mathbf{1}$$

$$\mathbf{1+1}$$

$$\mathbf{1+2+1}$$

$$\mathbf{1+3+3+1}$$

$$\cdots$$

$$\mathbf{1+4+6+4+1}$$

- ***Binomna formula*** glasi

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \cdots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n =$$

$$\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\cdot a^{n-k}b^k \quad n\,,\,k\in N$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \qquad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \qquad \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$$

$$T_{k+1} = \binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

Primjer:

Razviti po binomnoj formuli $\left(x-\frac{1}{x}\right)^6$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^6 = x^6 - \binom{6}{1}x^4 + \binom{6}{2}x^2 - \binom{6}{3} + \binom{6}{4}\frac{1}{x^2} - \binom{6}{5}\frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^6} =$$

$$x^6 - 6x^4 + 15x^2 - 20 + \frac{15}{x^2} - \frac{6}{x^4} + \frac{1}{x^6}$$

Primjer:

Odrediti peti član u razvijenom obliku binoma $\left(x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{2}{3}}\right)^{12}$

$$T_{k+1}=\binom{n}{k}a^{n-k}b^{k}$$

$$T_5=\binom{12}{4}\cdot\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{12-4}\cdot\left(-x^{\frac{2}{3}}\right)^{4}=495x^{\frac{20}{3}}$$

Primjer:

Zbir koeficijenata prvog, drugog i trećeg člana binoma $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^n$ je 46. Odrediti član koji ne sadrži x.

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}=46 \Leftrightarrow 1+n+\frac{n(n-1)}{2}=46 \Leftrightarrow n=9$$

$$\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^9$$

$$T_{k+1}=\binom{9}{k}\cdot\left(x^2\right)^{9-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k=\binom{9}{k}\cdot x^{18-2k}\frac{1}{x^k}=\binom{9}{k}\cdot x^{18-3k}$$

$$18-3k=0 \Leftrightarrow k=6$$

$$T_{6+1}=T_7=\binom{9}{6}=\binom{9}{3}=\frac{9\cdot 8\cdot 7}{1\cdot 2\cdot 3}=84$$

Zadaci za vežbu

Zbirka

Vene 4 :	1190-1247
	1261- 1274
	1283 -1316
Stojanović :	282-309
	319 - 344